

Comparaison de schémas de genèses didactiques de définitions, le cas de la limite d'une suite.

Renaud Chorlay¹ (*LDAR Paris-Diderot*)

Cécile Ouvrier-Bufferet² (*CEREP, URCA*)

Nous proposons un poster dans le cadre du colloque INDRUM comme moyen et occasion pour lancer un projet de collaboration scientifique sur le thème des genèses didactiques de définitions en analyse, en particulier de celle de limite de suite.

Le projet s'appuie sur une double expertise. D'une part, Cécile Ouvrier-Bufferet est didacticienne, ses travaux portent principalement sur l'épistémologie et la didactique de l'activité de définition ; les terrains empiriques jusqu'ici explorés dans le cadre de cette problématique se situaient à la transition secondaire-supérieure, dans des domaines relevant principalement des mathématiques discrètes, et donc peu dépendant du reste du cursus mathématique « classique » des étudiants à l'époque (Ouvrier-Bufferet, 2006 & 2011). D'autre part, Renaud Chorlay s'appuie sur l'histoire des mathématiques pour nourrir une réflexion épistémologique (Chorlay, 2011 & forthcoming) et didactique sur l'enseignement de l'analyse, tout en travaillant à l'explicitation de cadres robustes de collaboration entre deux champs disciplinaires distincts (à savoir : didactique et histoire des maths (Chorlay & Hosson, forthcoming)). Sur ces bases, des éléments de convergence permettent de dessiner les contours d'un projet collaboratif. Parmi ces éléments : la centration sur les définitions non pas comme éléments statiques d'ensembles textuels déductifs, mais sur l'activité de production de textes définitoires et sur l'activité même de définition ; l'usage d'allers-retours entre les pratiques savantes et les pratiques d'enseignements ; le souci d'articuler explicitement des composantes historiques, épistémologiques et didactiques.

Le cas d'une définition formelle de la limite (finie ou infinie) d'une suite nous semble permettre un tel travail. Il est à peine nécessaire de citer deux raisons fondamentales : premièrement, l'importance de cette notion dans l'analyse du supérieur (par opposition au *calcul*) ; deuxièmement, l'existence d'une abondante littérature didactique sur la question, dont nous regardons certains éléments comme des acquis. Les conclusions des travaux de Ouvrier-Bufferet (2013) soulignent l'intérêt que représente le champ de l'analyse pour étudier les processus définissants. Au sein de l'analyse, le cas des limites de suite nous permet de comparer deux schémas de genèses didactiques de définitions, dont nous ne pouvons indiquer ici que quelques grandes lignes.

Le premier schéma de genèse de définition limite consiste en un appui sur une familiarité avec la notion de convergence de limite pour produire des prévisions

¹ ESPE de l'Académie de Paris, renaud.chorlay@espe-paris.fr

² Université de Reims Champagne Ardenne et ESPE de Reims, cecile.ouvrier-bufferet@univ-reims.fr

relatives aux suites ayant une limite et des évaluations d'affirmations les concernant. Ces types de tâches conduisent à des moments de différenciation conceptuelle ; à l'identification de propriétés des suites ayant une limite ; puis à l'identification de propriétés caractéristiques (définitions possibles).

Le second schéma de genèse est celui affiné dans les travaux de Ouvrier-Bufferet (2013) : il s'appuie sur des conceptions emblématiques de l'activité de définition à un niveau épistémologique, et sur une modélisation de cette activité en accord avec le travail de mathématiciens contemporains (épistémologie contemporaine). Ce schéma est en particulier construit autour de moments de travail sur la définition, mais aussi avec des types d'énoncés définissants spécifiques (définitions-en-acte, zéro-définitions notamment) qui permettent de baliser la genèse d'un concept (*a priori*, et pour l'analyse de procédures).

Le poster présentera, outre ces éléments structurant du projet d'ensemble, les premiers éléments d'une ingénierie didactique construite selon le premier schéma de genèse. Seront présentés : une liste d'assertions à évaluer ; des éléments d'analyse *a priori* (pour un niveau Terminale – 1^{ère} année d'université) ; une comparaison avec le travail de Lecorre (2014) ; une analyse via des outils pour l'étude d'une activité de définition (Ouvrier-Bufferet, 2013).

REFERENCES

Chorlay, R. (forthcoming). Questions of Generality as Probes into 19th Century Analysis, in Handbook on Generality in Mathematics and the Sciences. In K. Chemla, R. Chorlay, & D. Rabouin (Eds.), *Handbook of Generality in Mathematics and the Sciences*. Oxford: Oxford University Press.

Chorlay, R. (2011). "Local – Global": The First Twenty Years. *Archive for History of Exact Sciences*, 65(1), 1-66.

Chorlay, R., & de Hosson, C. (forthcoming). History of Science, Epistemology and Mathematics Education Research. In B. Hodgson, J.-B. Lagrange, & A. Kuzniak *Titre à préciser*. New-York : Springer.

Lecorre, T. (2014). Définir : une nécessité à construire. Le cas de la définition de la limite d'une fonction. *Repères IREM* 100, 51-80.

Ouvrier-Bufferet, C. (2006). Exploring mathematical definition construction processes. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 259-282.

Ouvrier-Bufferet, C. (2011). A mathematical experience involving defining processes: in-action definitions and zero-definitions. *Educational Studies in Mathematics*, 76(2), 165-182.

Ouvrier-Bufferet, C. (2013). *Modélisation de l'activité de définition en mathématiques et de sa dialectique avec la preuve – Étude épistémologique et enjeux didactiques*. Note de synthèse HDR. Université Paris Diderot (Paris 7).